

เฉลยแนวข้อสอบสวนกุหลาบวิทยาลัย ชุดที่ 5

ตอนที่ 1

$$1) \frac{12}{95} < \frac{1}{a} < \frac{19}{94}$$

① จะได้ $\frac{12}{95} < \frac{1}{a}$

$$a < \frac{95}{12}$$

$$a < 7 \frac{11}{12}$$

$$a \leq 7 \quad *$$

② จะได้ $\frac{1}{a} < \frac{19}{94}$

$$\frac{94}{19} < a$$

$$4 \frac{18}{19} < a$$

$$a > 4 \frac{18}{19}$$

$$a \geq 5 \quad *$$

③ เนื่องจาก a เป็นจำนวนนับ

$a \geq 5$ และ $a \leq 7$

จะได้ว่า a ที่เป็นไปได้

คือ 5, 6, 7

ผลบวก คือ $5+6+7$

$$= 18 \quad \#2)$$

$$2) a = 1, 2, 3, \dots, 9$$

ผลบวก $\frac{aaa}{a+a+a}$ ที่เขียนไปได้ 4 ข้อ

$$\frac{111}{1+1+1} + \frac{222}{2+2+2} + \frac{333}{3+3+3} + \dots + \frac{999}{9+9+9}$$

$$= \frac{111}{3 \times 1} + \frac{222}{3 \times 2} + \frac{333}{3 \times 3} + \dots + \frac{999}{3 \times 9}$$

$$= \frac{111}{3} \left(\frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} + \dots + \frac{9}{9} \right)$$

$$= \frac{111}{3} \underbrace{(1+1+1+\dots+1)}_{9 \text{ ข้อ}}$$

$$= \frac{111}{3} \times 9 = 333 \quad \#1)$$

$$\begin{aligned} 3) \quad a + bc &= 2 \quad \text{--- ①} \\ b + ca &= 2 \quad \text{--- ②} \\ c + ab &= 2 \quad \text{--- ③} \end{aligned}$$

$$\text{①} + \text{②} + \text{③}; a + b + c + bc + ca + ab = 6 \quad \text{--- *}$$

เนื่องจาก a, b, c เป็นจำนวนนับ

ถ้า a, b, c มากกว่า 2 จะได้ $a + b + c$ มากกว่า 6

ถ้า $a + b + c > 6$ * จะไม่เป็นจริง

∴ a, b, c มีค่าเท่ากับ 1

นั่นคือ $a + b + c = 1 + 1 + 1 = 3$

จาก 3 นร 3 ลงตัว

ดังนั้น $a + b + c$ นรด้วย 3 มีเศษ เป็น 0 # 1)

$$4) \quad \text{①} \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{18}{65}$$

$$\frac{1 \times q + 1 \times p}{p \times q} = \frac{18}{65}$$

$$\frac{q + p}{q \times p} = \frac{18}{65}$$

$$p + q = \frac{18}{65} \times qp$$

② เนื่องจาก p, q เป็นจำนวนนับ $\rightarrow p + q$ เป็นจำนวนนับ
จะได้ถ้า $\frac{18}{65} qp$ จะเป็นจำนวนนับด้วย

∴ ส่วน 65 ตัดทุกทอน

จะได้ว่า $pq = 65$

$$pq = 5 \times 13$$

นั่นคือ $p + q = 5 + 13$

$$= 18 \quad \#$$

5) สมมติ 50 หมายเลขแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{50}$ (a_1 ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ 1)
ชั้นตอน, ลบ 2 หมายเลข \rightarrow นรครบแล้วลบ 1 \rightarrow เขียนบนกระดาน

	ลบหมายเลข	เขียนหมายเลข	หมายเลขบนกระดาน
นักเรียนคนที่ 1 ;	a_1, a_2	$a_1 + a_2 - 1$	$a_1 + a_2 - 1, a_3, a_4, \dots, a_{50}$
นักเรียนคนที่ 2 ;	$a_1 + a_2 - 1, a_3$	$(a_1 + a_2 - 1) + a_3 - 1$ $= a_1 + a_2 + a_3 - 2$	$a_1 + a_2 + a_3 - 2, a_4, a_5, \dots, a_{50}$
นักเรียนคนที่ 3 ;	$a_1 + a_2 + a_3 - 2, a_4$	$(a_1 + a_2 + a_3 - 2) + a_4 - 1$ $= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - 3$	$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - 3, a_5, a_6, \dots, a_{50}$

\rightarrow เท่าลำดับ นร.
 \rightarrow ลำดับนร. + 1

เป็นแบบนี้ไปเรื่อย ๆ จะได้ว่า เมื่อนักเรียนเขียนทุกคน บนกระดานจะมี

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{50} - 49 = (1 + 2 + 3 + \dots + 50) - 49$$

$$= \frac{25 \times (50 + 1)}{2} - 49$$

$$= (25 \times 51) - 49 = 1,275 - 49 = 1,226 \quad \# 4)$$

6) ให้น $AC = x$ cm

จากสูตร พื้นที่ Δ ด้านเท่า = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (ด้าน²)

ΔABC มีพื้นที่ = 10 cm²

จะได้ $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 10$ *

$x^2 = \frac{40}{\sqrt{3}}$ ①

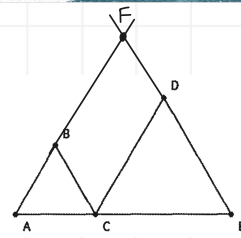
จาก * $\times 4$; $4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 4 \times 10$

$\frac{\sqrt{3}}{4} 4x^2 = 40$

$\frac{\sqrt{3}}{4} (2x)^2 = 40$ \downarrow wn. ΔCDE

$\frac{\sqrt{3}}{4} (2x)^2 = 40$ \nwarrow ด้าน vn ΔCDE

ได้ค่า $CE = CD = DE = 2x$



เนื่องจาก $\Delta ABC, \Delta CDE$ เป็น Δ ด้านเท่า

$\therefore \hat{BAC} = \hat{DEC} = 60^\circ$

จะได้ $\hat{AFE} = 180 - 60 - 60$ (ผลภายใน Δ)

$\hat{AFE} = 60^\circ$

นั่นคือ ΔAFE เป็น Δ ด้านเท่า

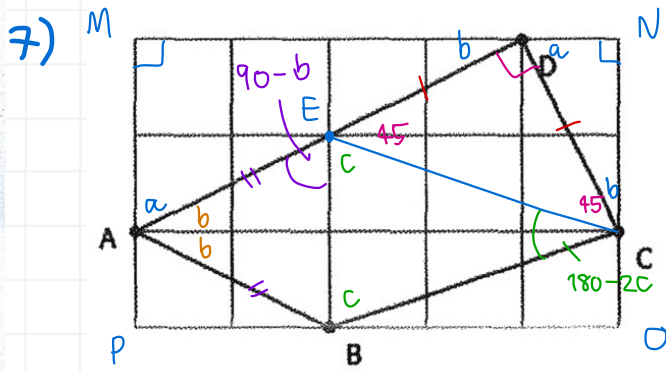
จาก $AC = x, CE = 2x \therefore AE = 3x$

นพื้นที่ $\Delta AFE = \frac{\sqrt{3}}{4} (3x)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9x^2$

แทน $x^2 = \frac{40}{\sqrt{3}}$ ①

จะได้ พื้นที่ $\Delta AFE = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9 \times \frac{40}{\sqrt{3}} = 90$ cm²

พื้นที่ $\square B C D F = \text{wn. } \Delta AFE - \text{wn. } \Delta ABC - \text{wn. } \Delta CDE$
 $= 90 - 10 - 40$
 $= 40$ cm² #



① ให้น $\hat{MAD} = a$ องศา
 $\hat{MDA} = b$ องศา
 จาก $\triangle MAD$; $90 + a + b = 180$ (มุมภายใน \triangle)
 $a + b = 90$

เนื่องจาก $MA : MD = ND : NC$
 $(2 : 4 = 1 : 2)$
 จะได้ว่า $\triangle MAD$ คล้ายกับ $\triangle NDC$
 จะได้ว่า $\hat{NDC} = a$

② จาก $a + b = 90$
 จะได้ว่า $a + b + \hat{ADC} = 180$ (มุมตรง)
 $\hat{ADC} = 90$

จาก พีทาโกรัส จะได้ $DE^2 = 1^2 + 2^2 = 5$
 $DE = \sqrt{5}$ *
 และ $DC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$
 $DC = \sqrt{5}$ *

$\therefore DE = DC$, $\triangle CDE$ เป็น \triangle ดันเท่า
 จะได้ว่า $\hat{DEC} = \hat{DCE} = \frac{180-90}{2} = 45$

③ จาก ทบ. พีทาโกรัส จะได้ว่า $EC^2 = 1^2 + 3^2 = 10$
 $EC = \sqrt{10}$ *
 และ $CB^2 = 1^2 + 3^2 = 10$
 $CB = \sqrt{10}$ *
 นั่นคือ $EC = CB$
 $\therefore \triangle ECB$ เป็น \triangle ดันเท่า

ให้น $\hat{CEB} = \hat{BEC} = c$ องศา
 จะได้ $\hat{CEB} + \hat{BEC} + \hat{ECB} = 180$ (มุมภายใน \triangle)
 $2c + \hat{ECB} = 180$
 $\hat{ECB} = 180 - 2c$

④ จาก $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$
 จะได้ $\hat{DAC} = b$ (มุมแย้ง)
 จาก $MA : PA = MD : PB = AD : AB$
 $(2 : 1 = 4 : 2 = \sqrt{20} : \sqrt{5})$

$\therefore \triangle AMD$ คล้ายกับ $\triangle APB$
 จะได้ว่า $\hat{PAB} = a$

จาก $\hat{PAB} + \hat{BAC} = 90$
 $a + \hat{BAC} = 90$
 $\hat{BAC} = b$ ($a + b = 90$)

⑤ จาก ทบ. พีทาโกรัส
 จะได้ $AE^2 = 1^2 + 2^2 = 5$
 $AE = \sqrt{5}$ *

และ $AB^2 = 1^2 + 2^2 = 5$
 $AB = \sqrt{5}$ *

นั่นคือ $AB = AE$

$\therefore \triangle ABE$ เป็น \triangle ดันเท่า

จะได้ $\hat{ABE} = \hat{AEB} = \frac{180-2b}{2} = 90-b$ *

เนื่องจาก $\hat{DEC} + \hat{CEB} + \hat{AEB} = 180$ (มุมตรง)

$$45 + c + (90-b) = 180$$

$$45 + 90 - 180 = b - c$$

$$-45 = b - c$$
 *

โดยที่ $\hat{DCB} + \hat{DAB} = (\hat{DCE} + \hat{ECB}) + \hat{DAB}$

$$= 45 + (180 - 2c) + 2b$$

$$= 225 + (2b - 2c)$$

$$= 225 + 2(b - c)$$

$$= 225 - 2(45)$$

$$= 225 - 90$$

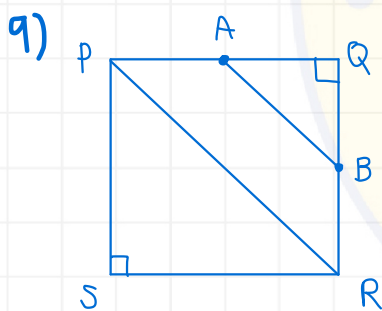
$$= 135 \text{ # 2)}$$

$$\text{แทน } * b - c = -45;$$

- 8) สินค้า A ราคา 20 บาท ขายได้ a ชิ้น จะได้กำไร $a \leq 10$
 สินค้า B ราคา 30 บาท ขายได้ b ชิ้น จะได้กำไร $b \leq 15$
 ขายสินค้าได้มากที่สุด 15 ชิ้น ดังนั้น $a + b = 15$

จะได้	A (ชิ้น)	คิดเงิน (บาท)	B (ชิ้น)	คิดเงิน (บาท)	ยอดขาย ($20a + 30b$)
	0	0	15	450	450
	1	20	14	420	440
	2	40	13	390	430
	3	60	12	360	420
	4	80	11	330	410
	5	100	10	300	400
	6	120	9	270	390
	7	140	8	240	380
	8	160	7	210	370
	9	180	6	180	360
	10	200	5	150	350

→ ยอดขายมากที่สุด
 ∴ ไม่ต้องขาย A เลย #4)



พื้นที่ $\square PQRS = 36$ ตร.หน่วย
 $= 6 \times 6$

∴ $\square PQRS$ มีด้านยาว 6 หน่วย
 จาก จุด A, B แบ่งครึ่ง PQ และ QR
 จะได้ $AQ = BQ = 3$ หน่วย

พื้นที่ $\triangle AQB = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$

พื้นที่ $\triangle PQR = \frac{1}{2}$ ของ $\square PQRS = \frac{1}{2} (36) = 18$

พื้นที่ $\square PABR =$ พื้นที่ $\triangle PQR -$ พื้นที่ $\triangle AQB$
 $= 18 - \frac{9}{2}$
 $= \frac{36-9}{2} = \frac{27}{2}$

∴ พื้นที่ $\square PABR \div$ พื้นที่ $\square PQRS = \frac{27}{2} \div 36$
 $= \frac{27}{2} \times \frac{1}{36}$

$= \frac{3}{8} = \frac{3 \times 125}{8 \times 125} = \frac{375}{1000} = 0.375$ #1)

10) ① $A = 10!$
 $= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 $B = \sum_{i=1}^{10} i$
 $B = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$
 ทน $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
 $\therefore B = \frac{10}{2} (10+1)$
 $B = 55$
 ทน $\therefore \frac{A}{B} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{55}$
 $= \frac{3628800}{55}$

②

		6	5	9	7	8
55)	3	6	2	8	8
		3	3	0		
			3	2	8	
			2	7	5	
				5	3	8
				4	9	5
					4	3
					3	8
						4
						5
						4
						5
						0
						0
						0
						1
						0

\therefore ๒๕ จากทวนารคือ 10 # ไม่ใส่ทวน

11) มีลูกแก้วทั้งหมด $18 + 19 + 21 + 23 + 25 + 34 = 140$ ลูก
 ถ้าพี่เบสได้ลูกแก้ว x ลูก น้องก็จะได้ลูกแก้ว $2x$ ลูก รวม $3x$ ลูก
 เนื่องจาก $3x$ นานด้วย 3 ลงตัว \therefore ผลรวมลูกแก้วที่ไม่ใช่สีรุ้งของนารด้วยสามลงตัว
 จำนวนลูกแก้วสีรุ้ง (จากในแก้วสีอื่น)

18	140 - 18 = 43	(4+3) ÷ 3 ไม่ลง
21	140 - 21 = 119	(1+1+9) ÷ 3 ไม่ลง
23	140 - 23 = 117	(1+1+7) ÷ 3 ลงตัว

ดังนั้น จะมีลูกแก้วสีรุ้ง 23 ลูก # 3)

12) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{e}{f} + \frac{g}{h}$

สมมติว่า $\frac{M}{N} + \frac{P}{Q} = \frac{R}{S} + \frac{T}{U}$ เป็นจริง

วิธีลับ

1. ① + ② = ③ + ④
2. ① + ② = ④ + ③
3. ② + ① = ③ + ④
4. ② + ① = ④ + ③

จะได้ วิธีที่ 1

วิธีที่ 1	1	a = M	c = 0	e = Q	g = S
		b = N	d = P	f = R	h = T

วิธีที่ 2

วิธีที่ 2	2	a = M	c = 0	e = S	g = R
		b = N	d = P	f = T	h = T

วิธีที่ 3

วิธีที่ 3	3	a = 0	c = M	e = Q	g = S
		b = P	d = N	f = R	h = T

วิธีที่ 4

วิธีที่ 4	4	a = 0	c = M	e = S	g = Q
		b = P	d = N	f = T	f = R

ปล.
 ชุดที่ 1 $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} = \frac{7}{2} + \frac{1}{6}$ (4 วิธี)
 ชุดที่ 2 $\frac{5}{7} + \frac{4}{9} = \frac{7}{2} + \frac{6}{3}$ (4 วิธี)
 ชุดที่ 3 $\frac{5}{3} + \frac{2}{8} = \frac{7}{4} + \frac{1}{6}$ (4 วิธี)
 รวม 12 วิธี

\therefore ไม่ทำนาคำเลขที่เป็นจริงได้ก็ชุด จำนวนวิธีจะด้วย นารด้วย 4 ลงตัวเสมอ ดูจากตัวเลขตอบ 12 # 4)

13) $A = 15!$
 $= 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$
 $= (5 \times 3) \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times (2 \times 2) \times 3 \times 2$
 10 หารจาก 5×2
 A มี 10 ซ่อนอยู่ 3 คู่ $(5 \times 2) \times 10 \times (5 \times 2) = 1,000$
 ∴ A มีศูนย์ ต่อท้าย 3 ตัว #3)

14) ค่าเฉลี่ย a, b, c คือ $\frac{a+b+c}{3} = 3$
 $a+b+c = (3)(3) = 9$
 ค่าเฉลี่ย d, e, f คือ $\frac{d+e+f}{3} = 9$
 $d+e+f = 9(3) = 27$
 ค่าเฉลี่ย $a, b, c, d, e, f = \frac{(a+b+c)+(d+e+f)}{6}$
 $= \frac{9+27}{6}$
 $= \frac{36}{6} = 6$ #1)

15) $x = \frac{a+2}{a-4}$	$y = \frac{1-a}{2+a}$	* จะได้อ $\frac{4x+2}{x-1} = \frac{1-2y}{y+1}$ #4)
$x(a-4) = a+2$	$y(2+a) = 1-a$	
$xa - 4x = a+2$	$2y + ay = 1-a$	
$xa - a = 2+4x$	$ay + a = 1-2y$	
$a(x-1) = 2+4x$	$a(y+1) = 1-2y$	
$a = \frac{4x+2}{x-1}$ *	$a = \frac{1-2y}{y+1}$ *	

16) ① ปล่อบอลลงพื้นที่ความสูง x เมตร กระดองครั้งที่ 1 สูง $\frac{3}{4}x$ เมตร กระดองครั้งที่ 2 สูง $\frac{3}{4}(\frac{3}{4}x)$ เมตร กระดองครั้งที่ 3 สูง $\frac{3}{4}(\frac{3}{4}(\frac{3}{4}x))$ เมตร กระดองครั้งที่ 4 สูง $\frac{3}{4}(\frac{3}{4}(\frac{3}{4}(\frac{3}{4}x)))$ เมตร	② ถัดนั้น $\frac{3}{4}(\frac{3}{4}(\frac{3}{4}(\frac{3}{4}x))) = 81$ $\frac{3^4}{4^4}x = 81$ $\frac{81}{256}x = 81$ $x = 81 \times \frac{256}{81}$ $x = 256$ #4)
--	--

#ครูหมอนติษย์คือลูก ☎ 084-6499539

17) ① $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{1 \times 30}{3 \times 30} + \frac{1 \times 18}{5 \times 18} + \frac{1 \times 15}{6 \times 15} + \frac{1 \times 5}{18 \times 5}$

นท $\begin{array}{r} 3 \overline{) 3 \quad 5 \quad 6 \quad 18} \\ 2 \overline{) 1 \quad 5 \quad 2 \quad 6} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 1 \quad 3 \end{array}$

ค.ร.น. = $3 \times 2 \times 5 \times 3 = 90$

$$= \frac{30 + 18 + 15 + 5}{90}$$

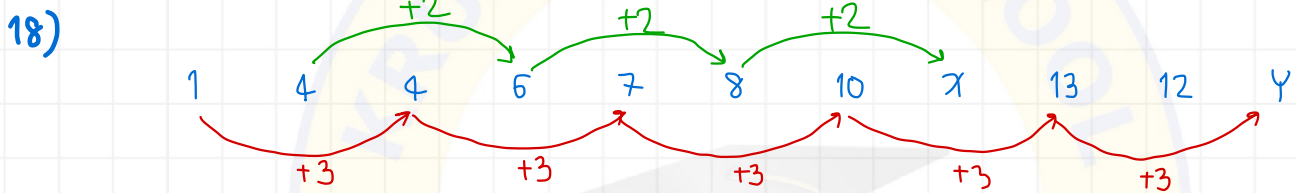
$$= \frac{68}{90}$$

② จะได้ $\frac{68}{90} = \frac{2A}{3B}$

$$\frac{3}{2} \times \frac{68}{90} = \frac{A}{B}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{17}{15}$$

③ จาก $\gcd(A, B) = 1$
 $\therefore A = 17, B = 15$
 จะได้ $AB - A - B = (17)(15) - 17 - 15$
 $= 255 - 17 - 15$
 $= 223 \text{ # 3)}$



$\therefore x = 8 + 2 = 10$
 $y = 13 + 3 = 16$

นท ค.ร.น. $\begin{array}{r} 2 \overline{) 10 \quad 16} \\ \quad \underline{5 \quad 8} \end{array}$

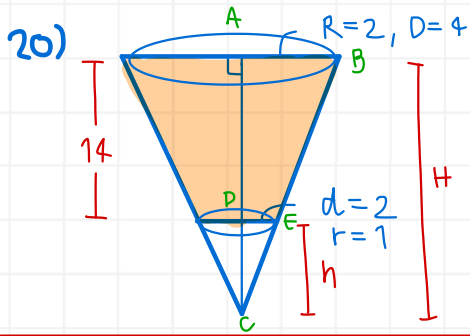
$\text{Lcm}(x, y)$

$\therefore \text{Lcm}(x, y) = 2 \times 5 \times 8 = 80 \text{ # 2)}$

19) 4, 5, 6 สี่ตัวเลข 3 หลักได้ ดังนี้ 456, 465, 546, 564, 645, 654

หาผลบวก $456 + 465 + 546 + 564 + 645 + 654$
 $= 3330$

$\therefore a = 3, b = 3, c = 3, d = 0$
 จะได้ $ab - c + d = (3)(3) - 3 + 0$
 $= 9 - 3$
 $= 6 \text{ # 1)}$



① ปริมาตรกระบอก = ปริมาตรกรวยใหญ่ - ปริมาตรกรวยเล็ก (ขุด)

$$= \frac{1}{3} (\pi R^2)(H) - \frac{1}{3} (\pi r^2)(h)$$

② นก H, h จากภาพ จะได้ $H = 14 + h$

$\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEC$
 จะได้ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC}$

$$\frac{R}{r} = \frac{H}{h}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{14+h}{h}$$

$$2h = 14+h$$

$$h = 14$$

③ จะได้ $H = 14 + h = 14 + 14 = 28$

ปริมาตรกระบอก = $\frac{1}{3} \pi (2^2)(28) - \frac{1}{3} \pi (1^2)(14)$

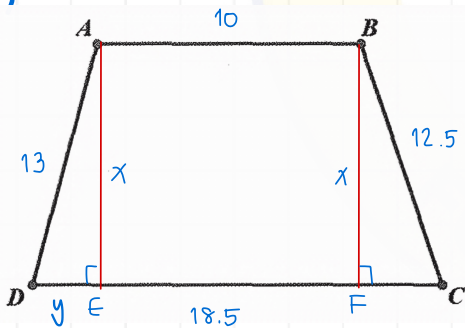
$$= \frac{1}{3} \pi (4 \times 28 - 14)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{14}{1} \times \frac{118}{1}$$

$$= \frac{308}{3}$$

= 102.67 # 4)

21)



① ลาก \overline{AE} , \overline{BF} เป็นเส้นส่วนสูง
 ยาว x cm

จะเกิด รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ให้ $DE = y$

จะได้ $AD^2 = AE^2 + DE^2$ (พีทาโกรัส)

$$13^2 = x^2 + y^2$$

$$169 = x^2 + y^2$$

$$169 - y^2 = x^2 *$$

② จาก $DC = 18.5$

$$18.5 = DE + EF + FC$$

$$18.5 = y + 10 + FC$$

$$18.5 - 10 - y = FC$$

$$FC = 8.5 - y$$

จะได้ $BC^2 = BF^2 + FC^2$

$$12.5^2 = x^2 + (8.5 - y)^2$$

$$156.25 = x^2 + 72.25 - 17y + y^2$$

$$156.25 - 72.25 = x^2 - 17y + y^2$$

$$84 = x^2 - 17y + y^2$$

$$84 + 17y - y^2 = x^2 *$$

จะได้ $84 + 17y - y^2 = 169 - y^2$

$$17y = 169 - 84$$

$$17y = 85$$

$$y = 5$$

③ จาก $169 - y^2 = x^2$

$$169 - 5^2 = x^2$$

$$x^2 = 169 - 25$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

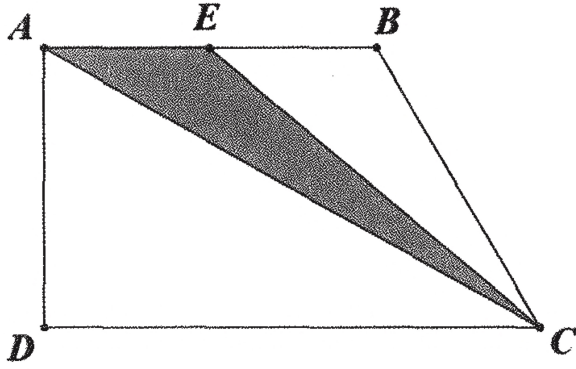
พื้นที่ $\square = \frac{1}{2} \times \text{ผลบวกคู่ขนาน} \times \text{สูง}$

$$= \frac{1}{2} (10 + 18.5) (12)$$

$$= 28.5 \times 6$$

= 171 # 3)

22)



① ให้ $AE = x$
 จะได้ $AB = 2x$
 $CD = 2(2x) = 4x$

② พื้นที่ $\square ABCD = \frac{1}{2}$ พหุคูณด้านคู่ขนาน \times สูง

$$48 = \frac{1}{2} (2x + 4x) (AD)$$

$$48 = \frac{1}{2} (6x) (AD)$$

$$\frac{48}{6} = \frac{1}{2} (x) (AD)$$

$$8 = \frac{1}{2} (x) (AD) *$$

พื้นที่ $\triangle AEC = \frac{1}{2} (\text{ฐาน}) (\text{สูง})$
 $= \frac{1}{2} (x) (AD)$
 $= 8$ #1)

23) $K(n) = 2n + 1$

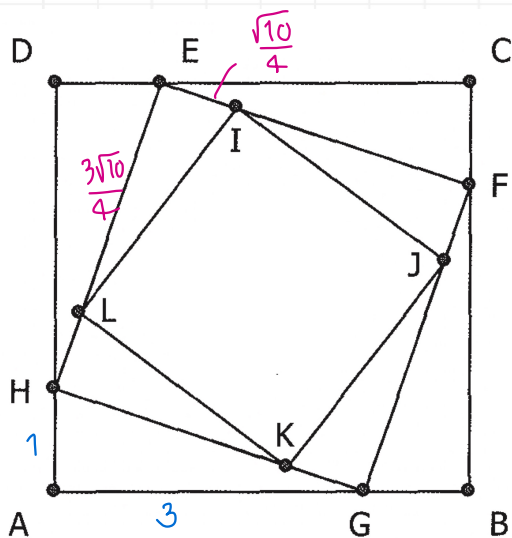
① $K(K(K(2))) = K(K(2(2) + 1))$
 $= K(K(5))$
 $= K(2 \times 5 + 1)$
 $= K(11)$
 $= 11 \times 2 + 1$
 $= 23$

③ $K(K(4) + 1) = K((4 \times 2 + 1) + 1)$
 $= K(9 + 1)$
 $= K(10)$
 $= 2 \times 10 + 1$
 $= 21$

② $K(K(K(K(K(3)))))) = K(K(K(K(3 \times 2 + 1))))$
 $= K(K(K(K(7))))$
 $= K(K(K(7 \times 2 + 1)))$
 $= K(K(K(15)))$
 $= K(K(15 \times 2 + 1))$
 $= K(K(31))$
 $= K(31 \times 2 + 1)$
 $= K(63)$
 $= 2 \times 63 + 1$
 $= 126 + 1$
 $= 127$

MOU ① + ② - ③
 $= 23 + 127 - 21$
 $= 129$ #2)

24)



① $DE : EC = CF : FB = BG : GA = AH : HD = 1 : 3$
 แต่ละด้านยาว 4 $\therefore DE = CF = BG = AH = 1$
 $DH = EC = FB = GB = 3$

น้ HG จาก พีทาโกรัส
 $HG^2 = HA^2 + AG^2$
 $HG^2 = 1^2 + 3^2$
 $HG^2 = 10$
 $HG = \sqrt{10}$

② $HG = HE = EF = FG = \sqrt{10}$

จากอัตราส่วน

$EI : IF = FJ : JG = GK : KH = HL : LE$
 $= 1 : 3$

$\therefore EI = FJ = GK = HL = \frac{\sqrt{10}}{4}$

$IF = JG = KH = LE = \frac{3\sqrt{10}}{4}$

น้ IL จาก พีทาโกรัส

$$IL^2 = EI^2 + LE^2$$

$$IL^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{10}}{4}\right)^2$$

$$IL^2 = \frac{10}{16} + \frac{9 \times 10}{16}$$

$$= \frac{100}{16} = 6.25$$

พื้นที่ $\square IJKL = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$

$$= IL^2$$

$$= 6.25 \text{ \# 1)$$

25) ① A B C D

$V_1 = 12$
 $S_1 = x$

$V_2 = 10$
 $S_2 = x + 2$

$V_3 = 5$
 $S_3 = x + 2 - 1$
 $= x + 1$

$t_{\text{รวม}} = \frac{7}{6}$

น้ $S_{\text{รวม}} = x + x + 2 + x + 1$
 $= 3x + 3$

จาก $v = \frac{s}{t}$
 $t = \frac{s}{v}$

② ช่วง A \rightarrow B ;

$t = \frac{s}{v}$

$t_1 = \frac{x}{12}$

ช่วง B \rightarrow C

$t_2 = \frac{x+2}{10}$

ช่วง C \rightarrow D

$t_3 = \frac{x+1}{5}$

$t_1 + t_2 + t_3 = \frac{7}{6}$

③ $\frac{x}{12} + \frac{x+2}{10} + \frac{x+1}{5} = \frac{7}{6}$

$\frac{(x)(5)}{12 \times 5} + \frac{(x+2)(6)}{10 \times 6} + \frac{(x+1)(12)}{5 \times 12} = \frac{7 \times 10}{6 \times 10}$

$\frac{5x + 6x + 12 + 12x + 12}{60} = \frac{70}{60}$

$23x + 24 = 70$

$23x = 46$

$x = \frac{46}{23} = 2$

ระยะทางจาก A \rightarrow D = $3x + 3 = 3(2) + 3 = 9$ \#3)

$$\begin{aligned}
 26) \quad \frac{295}{94} &= 3 + \frac{13}{94} \\
 &= 3 + \frac{1}{\frac{94}{13}} \\
 &= 3 + \frac{1}{7 + \frac{3}{13}} \\
 &= 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{\frac{13}{3}}} \\
 &= 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3}}}
 \end{aligned}$$

จะได้ $a=7, b=4, c=3$
 $abc = 7 \times 4 \times 3$
 $= 84$ # 2)

- 27) (A) floor(x+4) เนื่องจาก 4 เป็นจำนวนเต็ม
 $\therefore \text{floor}(x+4) = \text{floor}(x) + \text{floor}(4)$
 $= \text{floor}(x) + 4$ ถูก
- (B) floor(floor(x)) แทน $x=2.5$
 $\text{floor}(\text{floor}(1.5)) = \text{floor}(1) = 1 \neq 2.5$ ผิด
- ตอบ (A) ถูก, (B) ผิด # 2)

- 28) ขยับบอล 2 ลูก จากกล่องใบที่ 2
เกิดได้ดังนี้ ถ้า 2 ลูก
ขาว 2 ลูก
ถ้า 1 ลูก, ขาว 1 ลูก
- เอาใส่กล่องใบที่ 1 ได้ผล 3 แบบ
- 1) ขาว 5 ลูก ถ้า 9 ลูก
 - 2) ขาว 7 ลูก ถ้า 7 ลูก
 - 3) ขาว 6 ลูก ถ้า 8 ลูก
- \therefore ขาว 7 ลูก ถ้า 8 ลูก # 4)
ไม่มีทางเกิดขึ้น

$$29) \quad \frac{a+b+c}{3} = 6$$

$$a+b+c = 3 \times 6 = 18$$

$$ก) \quad a+b+c = 1+7+10 = 18 \quad \checkmark$$

$$ข) \quad a+b+c = 3+6+9 = 18 \quad \checkmark$$

$$ค) \quad a+b+c = 1.5+6.5+10 = 18 \quad \checkmark$$

$$ง) \quad a+b+c = 4+8+12 = 24 \quad \times$$

สอดคล้อง 3 ข้อกาล # 3)

$$30) \quad \frac{137}{990} = 0.1383838\dots$$

จะได้

$$P(1) = 1$$

$$P(2) = 3$$

$$P(3) = 8$$

$$P(4) = 3$$

$$P(5) = 8$$

ถ้า เป็นเลขคู่ $P(n) = 3$

เป็นเลขคี่ $P(n) = 8$

$$\therefore P(138) + P(2018)$$

$$= 3 + 3$$

$$= 6 \quad \# 2)$$

ตอนที่ 2

1) $(1 \times 3 \times 5) \times 7 \times 9 \times 11 \times 13 \times \dots \times 29$
 $= 15 \times 7 \times 9 \times \dots \times 29$

เนื่องจาก 5 คูณจำนวนเต็มใดก็ตาม ผลลัพธ์จะเท่ากับ 5 เสมอ
 ดังนั้น $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 29$ ผลลัพธ์คือ **5 #**

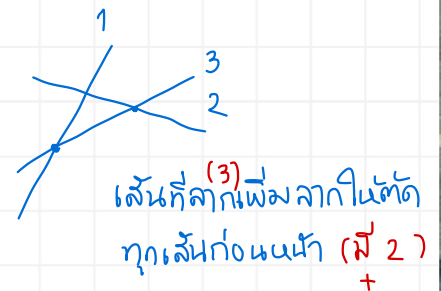
2) $\overline{ab} = 10a + b$
 $10a + b = a + b + ab$
 $10a - a = b + ab - b$
 $9a = ab$

$\therefore b = 9$
 a เป็นได้ 1 ถึง 9 โมบ **9 รูปแบบ #**

3) ① $A : B : C = 5 : 12 : 13$
 จะได้ $A = 5x, B = 12x, C = 13x$
 ทน $A + 5 : B - 1 = 4 : 7$
 $\frac{5x + 5}{12x - 1} = \frac{4}{7}$
 $7(5x + 5) = 4(12x - 1)$
 $35x + 35 = 48x - 4$
 $35 + 4 = 48x - 35x$
 $39 = 13x$
 $x = \frac{39}{13}$
 $x = 3$

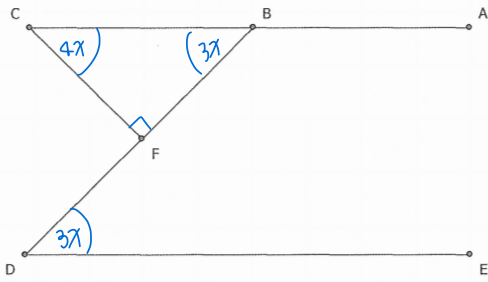
② $A = 5 \times 3 = 15$
 $B = 12 \times 3 = 36$
 $C = 13 \times 3 = 39$
 $\therefore A + B + C = 15 + 36 + 39$
 $= 90$
 ได้เท่าไร ทน $90 \div 11$
 คือ **2 #**

4) เส้นตรง 1 เส้น	ตัดกันได้มากที่สุด	0 จุด
เส้นตรง 2 เส้น	ตัดกันได้มากที่สุด	1 จุด
เส้นตรง 3 เส้น	ตัดกันได้มากที่สุด	1+2 จุด
เส้นตรง 4 เส้น	ตัดกันได้มากที่สุด	1+2+3 จุด



\therefore เส้นตรง 138 เส้น ตัดได้มากที่สุด $= 1 + 2 + 3 + \dots + 137$
 $= \frac{137(137+1)}{2} = 9453$ จุด **#**

5)



$$\overline{AC} \parallel \overline{DE} ; \hat{C}BF = \hat{B}DE \text{ (มุมแย้ง)}$$

$$\hat{C}BF = 3x$$

พิจารณา $\triangle BCF$

จะได้ $\hat{B}CF + \hat{C}BF + \hat{B}FC = 180$ (ผลรวมใน \triangle)

$$4x + 3x + 90 = 180$$

$$7x = 180 - 90$$

$$7x = 90$$

$$x = \frac{90}{7}$$

$$x = 12.8571$$

MOU $x = 12.857 \#$

$$\begin{array}{r} 12.8571 \\ 7 \overline{)90} \\ \underline{7} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \end{array}$$

6) สหพจน์ที่ n ตัว

$$x, (x+1), (x+2), \dots, x+(n-1)$$

ค่าเฉลี่ย = 7.5 จะได้ $\frac{x+(x+1)+(x+2)+\dots+(x+(n-1))}{n} = 7.5$

$$\underbrace{(x+x+\dots+x)}_{n \text{ ตัว}} + (1+2+\dots+(n-1)) = 7.5n$$

$$xn + 1+2+3+\dots+(n-1)+n = 7.5n+n$$

$$xn + (1+2+3+\dots+n) = 8.5n$$

$$xn + \frac{n}{2}(n+1) = 8.5n$$

$$x \left(x + \frac{1}{2}(n+1) \right) = 8.5n$$

$$x + \frac{1}{2}(n+1) = 8.5$$

คูณ 2 ;

$$2x + n + 1 = 17$$

$$2x + n = 16 *$$

จากใจทศน์ ทั่วสุดท้าย = $2x$ จะได้ $x+n-1=2x$

$$n-1 = x *$$

แทน $x=n-1$; $2(n-1)+n = 16$

$$2n-2+n = 16$$

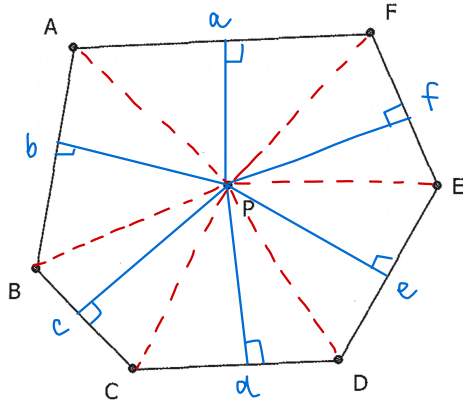
$$3n = 16+2$$

$$n = \frac{18}{3} = 6$$

$$\therefore x = 6-1$$

$$= 5 \#$$

7)



ระยะที่สั้นที่สุดจากจุดไปเส้น คือ เส้นตั้งฉาก
พื้นที่ ABCDEF = พหุ(ΔAPB + ΔBPC + ΔCPD + ΔDPE + ΔEPF + ΔFPA)

พื้นที่ ΔAPB = $\frac{1}{2} \times 3 \times a = \frac{3}{2}a$

ΔBPC = $\frac{1}{2} \times 3 \times b = \frac{3}{2}b$

ΔCPD = $\frac{1}{2} \times 3 \times c = \frac{3}{2}c$

ΔDPE = $\frac{1}{2} \times 3 \times d = \frac{3}{2}d$

ΔEPF = $\frac{1}{2} \times 3 \times e = \frac{3}{2}e$

ΔFPA = $\frac{1}{2} \times 3 \times f = \frac{3}{2}f$

∴ $60 = \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}b + \frac{3}{2}c + \frac{3}{2}d + \frac{3}{2}e + \frac{3}{2}f$

$60 = \frac{3}{2}(a+b+c+d+e+f)$

$\frac{60 \times 2}{3} = a+b+c+d+e+f$

$40 = a+b+c+d+e+f$

40 # = ความยาวเส้นรอบรูป

8)

$\frac{a}{b} = \frac{7}{8}$

$a = \frac{7}{8}b$

นท $\frac{4a-b}{4a+b}$; $4a-b = 4\left(\frac{7}{8}b\right) - b$

$= \frac{7}{2}b - b$

$= 3.5b - b$

$4a-b = 2.5b *$

$4a+b = 4\left(\frac{7}{8}b\right) + b$

$= \frac{7}{2}b + b$

$= 3.5b + b$

$4a+b = 4.5b *$

∴ $\frac{4a-b}{4a+b} = \frac{2.5b}{4.5b}$

$= \frac{2.5}{4.5} \times \frac{10}{10}$

$= \frac{25}{45}$

$= \frac{5}{9} \#$

9) ให้น้สามจำนวนนั้น คือ a, b, c

จะได้ $a+b = 22$ -①

$$b+c = 41 \quad \text{---} \text{②}$$

$$a+c = 29 \quad \text{---} \text{③}$$

$$\text{①} + \text{②} + \text{③}; \quad (a+b) + (b+c) + (a+c) = 22 + 41 + 29$$

$$2a + 2b + 2c = 92$$

$$2(a+b+c) = 92$$

$$a+b+c = 46 \quad \#$$

10) $a + b + 1 = 2018$, a, b เป็นจำนวนนับ

$$a + b = 2017$$

ถ้า $a = 1$ $b = 2016$

$a = 2$ $b = 2015$

⋮

$a = 2016$ $b = 1$

∴ มี a, b 2016 คู่ ที่ทำให้ $a+b+1 = 2018$ เป็นจริง
#

ตอนที่ 3

1) หลักหน่วยของ 138^{2018} มีค่าเท่ากับ หลักหน่วยของ 8^{2018}

จาก $8^1 = \underline{8}$
 $8^2 = \underline{64}$
 $8^3 = \underline{512}$
 $8^4 = \underline{4,096}$
 $8^5 = \underline{32,768}$

หลักหน่วยคือ

8	→ เลขชี้กำลัง นามตัว 4	เหลือเศษ 1
4	→ เลขชี้กำลัง นามตัว 4	เหลือเศษ 2
2	→ เลขชี้กำลัง นามตัว 4	เหลือเศษ 3
6	→ เลขชี้กำลัง นามตัว 4	ลงตัว

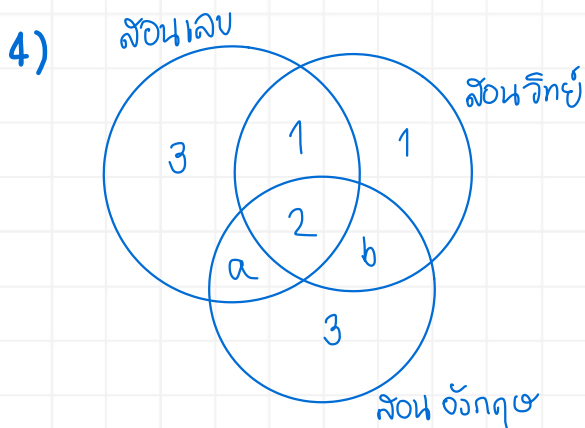
ซ้ำได้ 4 แบบ

จะได้ $2018 \div 4 = 504$ เศษ 2 $\therefore 8^{2018}$ หลักหน่วยลงท้ายด้วย 4

นั่นคือ 138^{2018} หลักหน่วยลงท้ายด้วย **4** #

2) ลงทุน 8 บาท จ่าย 8 บาท
 สิ้นทรัพย์ 12 บาท รับ 12 บาท
 คำนวณกำไรสุทธิ 20 บาท จ่าย 20 บาท
 รวม $-8 + 12 - 20 = -16$
 \therefore ขาดทุน **16 บาท** #

3) $(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{5}) \dots (1 - \frac{1}{1999}) = (\frac{3}{3} - \frac{1}{3})(\frac{4}{4} - \frac{1}{4})(\frac{5}{5} - \frac{1}{5}) \dots (\frac{1999}{1999} - \frac{1}{1999})$
 $= (\frac{2}{3})(\frac{3}{4})(\frac{4}{5}) \dots (\frac{1998}{1999})$
 $= \frac{2}{1999}$ #



ครูสอนวิทย์ = $1 + 1 + 2 + b$

$6 = 4 + b$

$b = 2$

ครูสอนเลข = $3 + 1 + 1 + a + 2 + b + 3$

$13 = 10 + a + 2$

$13 - 12 = a$

$1 = a$

\therefore สอนเฉพาะ เลขและ อังกฤษ **1 คน** #

5) จำนวนอาจารย์

จำนวนนักเรียน

1) x

$2x$

2) x

$2x - 3 - 4 = 2x - 7$

จำนวนอาจารย์ > นักเรียน 1 คน จะได้ $x - (2x - 7) = 1$

$x - 2x + 7 = 1$

$7 - 1 = 2x - x$

$6 = x$

เพื่อมีคนประชุม $x + 2x = 6 + 6 \times 2$
 $= 18$ #

